

*Oscar Pereira Dias Jr.*

Doutor em Engenharia de Produção pela Escola Politécnica da USP,  
Professor Titular da UNIP, ex-Assessor da Secretaria de Educação de São  
José dos Campos, ex-pesquisador do Instituto Nacional de Pesquisas  
Espaciais – INPE

## RESUMO

Este trabalho aborda o problema da tomada de decisão em ambiente onde as informações estão disponíveis apenas numa forma qualitativa ou imprecisa. É apresentado um *software* que resolve os problemas de ordenação e seleção de alternativas sob múltiplos critérios. O algoritmo utilizado pelo *software* permite que os parâmetros do modelo matemático sejam de natureza numérica ou qualitativa e fornecidos por múltiplos avaliadores (juízes). O trabalho descreve as características principais do *software* e apresenta um exemplo de aplicação.

## ABSTRACT

*This paper deals with the problem of the decision making in an environment where information is only available in a qualitative or inaccurate form. A software is introduced to solve the problems of ranking and selecting alternatives under multiple criteria. The algorithm used by the software allows that the parameters of the mathematical model be either numeric or qualitative and provided by multiple judges. The main characteristics of the software are presented in this paper and an example is solved to illustrate the method.*

## 1. INTRODUÇÃO

Em muitas situações em que um administrador deve tomar uma decisão, os dados de que ele dispõe estão incompletos ou em uma forma imprópria para uso. Ainda assim, quando não há uma maneira de melhorar a base de dados, ele tem que tomar a decisão pois o problema deve ser resolvido. A incompletude e impropriedade dos dados disponíveis podem estar associadas a diversos fatores, muito comuns, como: base de dados incompleta ou desatualizada, dados obtidos de processos pouco confiáveis, dados não aplicáveis diretamente ao problema em questão, e dados existentes apenas numa forma imprecisa ou qualitativa, portanto não quantificáveis. Desses, apenas o último fator é de interesse deste trabalho, isto é, aquele relacionado aos dados de natureza imprecisa ou qualitativa, que não podem, por isso, ser utilizados diretamente nos modelos convencionais de apoio à decisão.

Essa é uma situação comum também no cotidiano das pessoas que, vez ou outra, têm de tomar decisões com base em dados ou julgamentos imprecisos. A escolha da melhor opção de compra de um carro ou casa, do melhor investimento a fazer, da melhor escola para os filhos e muitas outras decisões têm que ser baseadas em informações qualitativas que se encaixam na situação a ser tratada aqui.

Nesse tipo de situação, um parâmetro ou variável importante para a decisão pode ter o seu valor definido apenas por expressões como “alto”, “baixo”, “médio”, “em torno de ...” etc. São os casos, por exemplo, do risco associado a um investimento, do conforto proporcionado por um determinado modelo de carro, da qualidade do

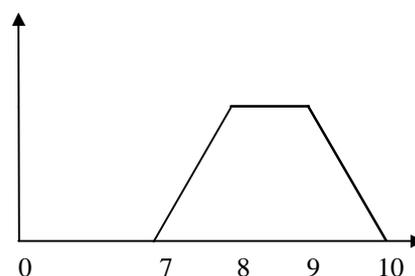
bairro onde se situa uma casa, entre outros. Sabe-se que o ambiente empresarial é rico em situações dessa natureza e é desnecessário apontá-las aqui. No entanto, é importante produzir os instrumentos para auxiliar os administradores a lidar com essas situações, quando estiver claro que não há outra maneira de melhorar a base de dados disponível.

O propósito deste trabalho é descrever os problemas de ordenação e seleção de alternativas em um ambiente com as características discutidas acima e apresentar um *software* desenvolvido pelo autor, para servir de ferramenta de apoio à decisão na solução desses problemas.

## 2. REPRESENTAÇÃO QUANTITATIVA DE CONCEITOS QUALITATIVOS

Para que um conceito qualitativo possa ser trabalhado quantitativamente é necessário que ele seja representado, em última análise, por números. Todavia, uma representação por um simples número não é adequada, na maioria das vezes, porque ela leva à perda de parte significativa da informação contida no conceito qualitativo. Uma representação melhor seria uma “distribuição numérica”, no feitiço de uma distribuição de probabilidades. Esse é exatamente o conceito de número nebuloso. Para melhor entender esse conceito, tome-se o exemplo do conceito “alto”. Numa escala de zero a dez, poder-se-ia atribuir o número oito para representar “alto”, ou o número nove, ou qualquer outro número entre sete e dez. Porém, qualquer que fosse o número escolhido, ele sozinho não representaria adequadamente o conceito “alto” que se tem em mente. Melhor seria representar esse conceito por uma distribuição de números como a mostrada na Figura 1.

**Figura 1: Possível representação do conceito “alto” por um conjunto nebuloso**



Com esse tipo de representação, por um conjunto nebuloso, subentende-se que os valores de oito a nove são considerados inteiramente compatíveis com o conceito “alto” (grau de compatibilidade  $\mu = 1$ ), enquanto os valores entre sete e oito e entre nove e dez são compatíveis com “alto” num grau de compatibilidade que varia de zero a um (nesse tipo de representação, um número entre nove e dez seria, possivelmente, melhor caracterizado como “muito alto” e não “alto”).

Com o uso desse tipo de representação pode-se resguardar a informação contida no conceito qualitativo e ao mesmo tempo permitir o seu tratamento quantitativo. Conceitos qualitativos representados desse modo podem ser comparados entre si usando-se a definição de dominação nebulosa proposta em [1], que estabelece as condições em que um número nebuloso domina ou, em outras palavras, é “maior” que outro. A definição matemática da dominação nebulosa não será apresentada aqui por não fazer parte do propósito deste artigo.

Com base no conceito de dominação nebulosa, pode-se definir os problemas de ordenação e de seleção de alternativas, o que é feito a seguir.

### 3. O PROBLEMA DA ORDENAÇÃO DE ALTERNATIVAS

O problema geral da ordenação de alternativas pode ser enunciado como segue:

Dados:

- um conjunto de  $m$  critérios:  $\{K_1, K_2, \dots, K_m\}$ ;
- um conjunto de  $n$  alternativas (ou itens):  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ; e
- as avaliações de cada alternativa segundo cada critério:  $c_{ij}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j=1,2,\dots,n$  ( $c_{ij}$  são valores numéricos não negativos).

E admitindo-se que:

$A_r$  domina  $A_s$  se e somente se  $c_{ir} \geq c_{is}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ , com a desigualdade estrita valendo para pelo menos um valor de  $i$ . Neste caso  $A_s$  é dita dominada por  $A_r$ .

Construir:

grupos ordenados 1, 2, 3, ... de tal modo que o grupo 1 contenha as alternativas que não são dominadas por nenhuma outra alternativa; o grupo 2 contenha as alternativas que são dominadas apenas por alternativas contidas no grupo 1; o grupo 3 contenha as alternativas que são dominadas apenas por alternativas dos grupos 1 e 2, e assim por diante.

Quando os critérios puderem ser comparados entre si por meio da atribuição de um peso relativo a cada um deles, o problema acima se reduzirá ao de ordenar as alternativas segundo o valor de  $\sum_i p_i \cdot c_{ij}$ , onde  $p_i$  são valores numéricos positivos que representam a importância relativa dos critérios.

Quando os pesos relativos dos critérios ou os coeficientes  $c_{ij}$  forem definidos por conceitos qualitativos ("alto", "baixo" etc.), em vez de serem por valores numéricos, o problema adquirirá uma outra característica e poderá ser abordado com o auxílio da teoria de conjuntos nebulosos, pelo uso do conceito de dominação nebulosa mencionado na Seção 2. Os fundamentos para o tratamento dos dados de natureza nebulosa estão descritos em [2].

### 4. O PROBLEMA DA SELEÇÃO DE ALTERNATIVAS COM MÚLTIPLOS CRITÉRIOS

O problema da seleção de alternativas com múltiplos critérios pode ser enunciado do seguinte modo:

Dados:

- um conjunto de  $m$  critérios:  $\{K_1, K_2, \dots, K_m\}$ ;
- um conjunto de  $n$  alternativas (ou itens):  $\{A_1, A_2, \dots, A_n\}$ ;
- as avaliações de cada alternativa segundo cada critério:  $c_{ij}$ ,  $i=1,2,\dots,m$ ;  $j=1,2,\dots,n$  ( $c_{ij}$  são valores numéricos não negativos); e
- um conjunto de  $r$  restrições do tipo  $a_{i1} \cdot x_1 + a_{i2} \cdot x_2 + \dots + a_{in} \cdot x_n \leq b_i$ ;  $i=1,2,\dots,r$ , onde  $a_{ij}$  e  $b_i$  são números reais e  $x_j$  são as variáveis de decisão zero-um (um, se  $A_j$  for selecionada; zero, no caso contrário).

$$\text{Determinar: } \text{Max} \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \cdot \\ c_m \end{bmatrix}$$

onde  $c_i = \sum_j c_{ij} \cdot x_j$ ,  $\forall i$ , e o operador Max corresponde a determinar todas as soluções não dominadas.

A solução do problema de seleção de alternativas consiste, portanto, em identificar todas as soluções não dominadas do problema enunciado acima. Quando os critérios puderem ser avaliados por um peso relativo  $p_i$ , o problema acima se reduzirá a maximizar  $\sum_i p_i \cdot c_{ij}$ , sujeito às restrições em (iv). De forma similar ao problema de ordenação, quando os pesos relativos  $p_i$  ou os coeficientes  $c_{ij}$  forem definidos por conceitos qualitativos, o problema deverá ser abordado com o uso dos conceitos de conjuntos nebulosos e de dominação nebulosa, já citados.

## 5. PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DO SOFTWARE OMNI

O *software* OMNI (Otimização Multicritério com Parâmetros de Natureza Imprecisa) é uma ferramenta de apoio à decisão que reúne várias características não presentes simultaneamente nos modelos disponíveis. Especificamente, ele é capaz de resolver problemas:

- tanto de ordenação simples de alternativas (sem restrições) como de seleção de alternativas sujeitas a restrições (soluções ótimas ou não dominadas);
- na presença de múltiplos critérios, que podem ser ponderados, ordenados ou não comparáveis;
- com parâmetros (pesos dos critérios e coeficientes da função-objetivo) numéricos ou qualitativos; e
- com a participação de mais de um avaliador (aquele que atribui os valores aos parâmetros  $p_i$  e  $c_{ij}$ ).

Uma outra característica desse *software* é permitir uma interface amigável com o usuário, decorrente do uso do *software* VB (Visual Basic), que oferece amplos recursos interativos de fácil compreensão e utilização.

O OMNI é capaz de lidar com problemas que envolvem até 20 critérios, 200 alternativas

(problema de ordenação) ou 20 alternativas (problema de seleção), 50 restrições e a participação de até 10 avaliadores. Com exceção do número de alternativas no problema de seleção, os demais limitantes são arbitrários e podem ser facilmente aumentados. Por outro lado, o número de alternativas no problema de seleção está limitado pelo tempo de processamento do algoritmo que resolve o problema. Os fundamentos matemáticos do algoritmo utilizado no *software* OMNI estão apresentados em [2].

## 6. DESCRIÇÃO DO SOFTWARE

### 6.1. Opções de uso

A Tabela 1 indica as opções de uso do *software* OMNI, mostrando o tipo de resultado oferecido pelo *software* às diferentes naturezas de  $p_i$  e  $c_{ij}$ . Nela pode-se observar que para os problemas de ordenação, quando os pesos e coeficientes são numéricos, o resultado é uma ordenação simples das alternativas. Essa ordenação, como foi mencionado anteriormente, é obtida de uma forma trivial, comparando-se as alternativas em função do valor  $\sum p_i \cdot c_{ij}$  obtido para cada alternativa  $A_j$ . Observa-se também, na Tabela 1, que o modelo não trata o caso em que os critérios são ordenados e os coeficientes são qualitativos (NA = Não Aplicável). Nas demais situações, o OMNI determina os conjuntos  $S_1, S_2, \dots$ , conforme definidos anteriormente.

Tabela 1: Natureza dos resultados oferecidos pelo *software* OMNI

		Crítérios		Forma de avaliação dos coeficientes $c_{ij}$	
		Natureza	Forma de avaliação	Numérica	Qualitativa
Ordenação	ponderados		numérica	ordenação numérica	grupos ordenados
	ponderados		qualitativa	grupos ordenados	grupos ordenados
	ordenados		classificação ordinal	grupos ordenados	NA
	não comparáveis		NA	grupos ordenados	grupos ordenados
Seleção	ponderados		numérica	solução ótima	conj. sol. não dominadas
	ponderados		qualitativa	conj. sol. não dominadas	conj. sol. não dominadas
	ordenados		classificação ordinal	conj. sol. não dominadas	NA
	não comparáveis		NA	conj. sol. não dominadas	conj. sol. não dominadas

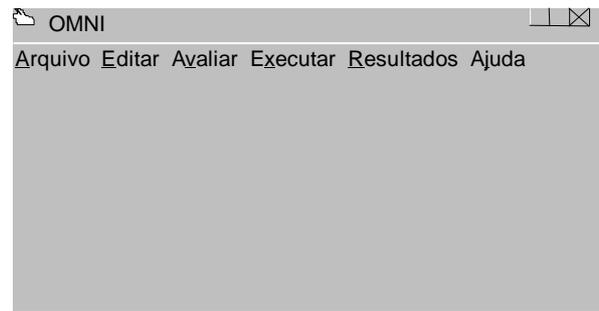
Quanto aos problemas de seleção, quando os critérios são ponderados por pesos numéricos e os coeficientes são também numéricos, recai-se no problema clássico de programação zero-um e o resultado é a solução ótima, quando ela existir. Nos demais casos, exceto quando os critérios são ordenados e os coeficientes são qualitativos, o OMNI produz o conjunto das soluções não dominadas.

## 6.2. Menus

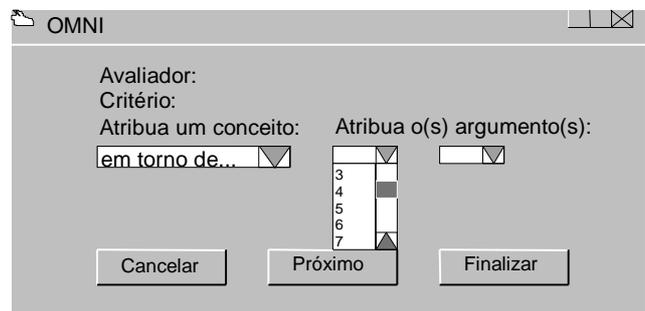
O menu principal pode ser visto na Figura 2 abaixo. O menu Arquivo contém os submenus tradicionais que iniciam uma aplicação nova, abrem, salvam e fecham arquivo. Uma aplicação nova (problema a ser resolvido) pode ser iniciada com a utilização de um Assistente de Definição que é oferecido automaticamente ao usuário no início da aplicação. Caso o usuário não queira utilizar o Assistente de Definição, poderá utilizar o menu Editar para criar a sua aplicação. Por esse menu pode ser feita a entrada de dados do problema a ser resolvido, através dos submenus Incluir Critérios, Incluir Alternativas, Incluir Avaliadores e Incluir Restrições. Esses dados, com exceção das restrições, são introduzidos pelo usuário numa tela que permite atribuir um nome e uma abreviação a cada um dos itens. As restrições são introduzidas numa outra tela que permite ao usuário incluir, ativar ou desativar uma restrição.

Depois de definidos os critérios, alternativas e avaliadores, o usuário poderá entrar com os dados referentes às avaliações dos critérios (pesos  $\pi_i$  ou outro parâmetro aplicável) e das alternativas (coeficientes  $c_{ij}$ ) em telas apropriadas nas quais ele poderá atribuir conceitos qualitativos aos critérios e alternativas. Um exemplo de tal tipo de tela é mostrado na Figura 3. Os conceitos à disposição do usuário estão apresentados no conjunto {"muito alto", "alto", "médio", "baixo", "muito baixo", "em torno de ...", "acima de ...", "abaixo de ...", "entre ... e ..."}. Note-se que alguns conceitos pedem um ou mais argumentos, como o conceito "em torno de ...". Esses argumentos são números inteiros no intervalo [0, 10].

**Figura 2: Menu principal.**

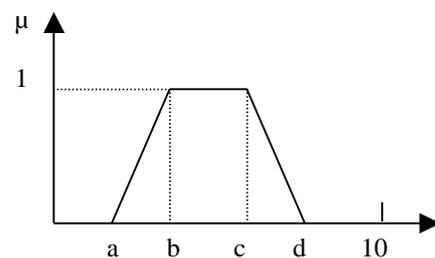


**Figura 3: Tela para a atribuição dos conceitos qualitativos.**



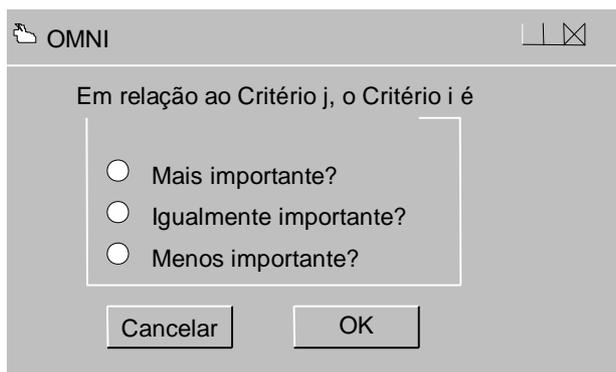
A representação interna desses conceitos é feita pela associação a um conjunto nebuloso, definido no intervalo [0, 10], cuja função de pertinência,  $\mu$ , é representada por uma quádrupla de números (a, b, c, d), conforme mostrado na Figura 4. De acordo com essa convenção, o conceito "médio" é representado por (4, 5, 5, 6); o conceito "entre 2 e 5", por (2, 3, 4, 5); e assim por diante.

**Figura 4: Representação de um número nebuloso.**



Quando os critérios são apenas ordenados por importância, os avaliadores podem definir a sua ordem atribuindo a eles números numa sequência qualquer, por exemplo, 1, 2, 3..., ou utilizarem-se de uma tela como a mostrada na Figura 5. Esta última opção é indicada quando o número de critérios é grande e o avaliador não tem uma idéia clara da sua ordenação.

**Figura 5: Ordem de importância dos critérios**



## 7. EXEMPLO DE APLICAÇÃO

Um exemplo simples de aplicação do *software* OMNI é apresentado a seguir com a finalidade de ilustrar o uso dos conceitos qualitativos. Trata-se de ordenar vários projetos alternativos, em ordem decrescente de desempenho, segundo um conjunto de critérios predefinidos.

Neste exemplo foram utilizados três critérios, seis alternativas e um único avaliador. Os dados de entrada e os resultados são mostrados a seguir.

### Exemplo

#### Ordenação de Projetos

#### I. Alternativas

Nome	Abreviação
Projeto A	Proj A
Projeto B	Proj B
Projeto C	Proj C
Projeto D	Proj D
Projeto E	Proj E
Projeto F	Proj F

#### II. Critérios

Nome	Abreviação
Retorno Financeiro	Retorno
Impacto Ambiental	Ambiente
Ganho Tecnológico	Tecnologia

#### III. Avaliadores

Nome	Abreviação
Avaliador Único	AvÚnico

#### IV. Avaliações

##### IV.1. Critérios

Avaliador: AvÚnico

Critério	Peso
Retorno	muito alto
Ambiente	médio
Tecnologia	alto

##### IV.2. Alternativas

Avaliador: AvÚnico

Critério: Retorno

Alternativa	Avaliação
Proj A	muito alto
Proj B	em torno de 6
Proj C	médio
Proj D	entre 8 e 10
Proj E	muito baixo
Proj F	entre 5 e 8

Avaliador: AvÚnico

Critério: Ambiente

Alternativa	Avaliação
Proj A	médio
Proj B	médio
Proj C	alto
Proj D	muito alto
Proj E	muito alto
Proj F	médio

Avaliador: AvÚnico

Critério: Tecnologia

Alternativa	Avaliação
-------------	-----------

Proj A	em torno de 5
Proj B	em torno de 7
Proj C	alto
Proj D	muito alto
Proj E	muito baixo
Proj F	entre 5 e 7

V. Resultado (Grupos em ordem decrescente de desempenho)

Grupo: 1	Proj D
Grupo: 2	Proj A
	Proj C
	Proj F
Grupo: 3	Proj B
Grupo: 4	Proj E

## 8. CONCLUSÕES

O OMNI é um *software* de apoio à decisão, para aplicação especialmente em contextos onde se dispõe apenas de informações imprecisas ou subjetivas. Ele pode ser utilizado tanto em problemas de ordenação como de seleção de alternativas. Em geral, os problemas práticos dessa natureza requerem simples ordenação de um número grande de alternativas, como por exemplo o problema de avaliação de desempenho de pessoal nas empresas, o problema de avaliação de propostas de projetos e de bolsas de estudos em instituições de fomento, e outros. Já os problemas de seleção cujos parâmetros são imprecisos não envolvem, na prática, um grande número de alternativas. Por essa razão, o número de alternativas que o *software* aceita é maior na opção de ordenação (200) do que na de seleção (20), sendo também determinante dessa diferença o tempo maior de processamento exigido pelo algoritmo de seleção. O OMNI foi desenvolvido em Visual Basic, o que o torna de fácil aplicação em ambiente Windows.

## 9. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BUCKLEY, J. J. Ranking alternatives using fuzzy numbers. *Fuzzy Sets and Systems*, Amsterdam: Elsevier Science Publisher B.V., n. 15, p. 21-31, 1985.

DIAS JR., O. P. Ranking alternatives using fuzzy numbers: a computacional approach - Short Communication. *Fuzzy Sets and Systems*, Amsterdam: Elsevier Science Publisher B.V., n. 56, p. 247-252, 1993.

\_\_\_\_\_. *Tratamento quantitativo de informações imprecisas no processo de seleção de projetos e alocação de recursos em P&D*, Tese (Doutorado) – Escola Politécnica. São Paulo: Universidade de São Paulo, 1983.

\_\_\_\_\_. *OMNI*. São José dos Campos, 2001. CD-ROM. Programa desenvolvido em Visual Basic 5.

DUBOIS, D. e PRADE, *Fuzzy Sets and Systems*. New York: Academic Press, 1980.

ORLOVSKY, S. A. Decision-making with a fuzzy preference relation. *Fuzzy Sets and Systems*, Amsterdam: Elsevier Science Publisher B.V., n. 1, p. 155-167, 1978.

SOUDER, W. E. A scoring methodology for assessing the suitability of management science models, *Management Science*, [s.l.: s.n.], n. 18, p. 526-543, 1972.

ZADEH, L. A. The concept of a linguistic variable and its application to approximate reasoning. *Information Science*, New York: Elsevier Publishing Company Inc., n. 8, p. 199-249/301-357, 1975.