
COMPARAÇÃO ENTRE MÉTODOS PARA DETERMINAÇÃO DO VALOR PRESENTE DE UMA CARTEIRA DE CRÉDITO E DE SEU RISCO

ARTIGO

José Roberto Securato

Engenheiro, matemático, Professor Doutor do Departamento de Administração da Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo na área de Finanças.

Fernanda Finotti Cordeiro Perobelli

Mestre em Administração pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro e analista da SR Rating.
E-mail: srrating.sp@sti.com.br

RESUMO

O artigo¹ procura calcular o Valor Presente Líquido de uma carteira de crédito hipotética, estabelecendo uma probabilidade para cada parcela a ser recebida, obtida a partir da comparação entre as estruturas temporais das taxas praticadas no mercado de crédito e da taxa livre de risco. Adicionalmente, compara este resultado com o Valor Presente Líquido obtido a partir das probabilidades históricas de recebimento verificadas em instituições que concedem crédito.

1. INTRODUÇÃO

São inegáveis as mudanças que têm ocorrido nos mercados financeiros nos últimos anos. Tome-se, como referência para estas transformações, a quebra do padrão-ouro, ocorrida em 1971, e a alta dos preços do petróleo, responsáveis pelo aumento generalizado nas volatilidades dos preços mundiais no período.

No início da década de 70, os países exportadores de petróleo detinham excedente financeiro gerado pela alta dos preços do produto. Estes recursos foram aplicados, primordialmente, em dólares

americanos, levando à emissão dos denominados “petro-dólares”. O excesso de liquidez, provocado pela entrada destes recursos na economia americana, aliado à pressão inflacionária advinda do aumento do preço do petróleo, teve como contrapartida a elevação da inflação e o crescimento das taxas de juros nos Estados Unidos. Adicionalmente, como consequência do excesso de recursos disponíveis e da concessão desordenada de crédito, ao final da década de 80 e início da década de 90 o mundo presenciou um aumento acelerado nas taxas de inadimplência. Os Estados Unidos lideraram, com níveis de inadimplência recordes de empréstimos bancários e de títulos públicos, causados por malsucedidas e altamente alavancadas reestruturações ocorridas na segunda metade da década de 80. Adicionalmente, fatores setoriais específicos, como bolhas no mercado imobiliário e finanças sem regulamentação, constituíram os problemas de inadimplência no início da década de 90 (ALTMAN, CAOUETTE e NARAYANAN, 1998).

No final dos anos 90 foi a vez dos Tigres Asiáticos. Estes países, até então considerados padrão de desenvolvimento para o Terceiro Mundo, passaram a ser classificados como exemplos de falta de competência de gestão. Entretanto, não foi apenas em 1997 que a Tailândia desenvolveu uma súbita superoferta de 10 anos de fundos de investimento imobiliário, ou que a Coreia dobrou os empréstimos externos de *overnight*. Segundo

¹ Uma versão preliminar deste trabalho foi apresentada no *III Seminário em Administração (SEMEAD)*, promovido pela Faculdade de Economia, Administração e Contabilidade da Universidade de São Paulo (1998).

BARRET (2000), a despeito dos problemas críticos sofridos pelos países do leste asiático, especialmente em seu sistema bancário, a Crise Asiática foi, sobretudo, deflagrada pela súbita fuga dos investidores estrangeiros. Com as sucessivas vendas e conseqüente baixa de preços dos papéis, a liquidez chegou a zero. A crise, iniciada na Tailândia, alastrou-se e atingiu a Indonésia, a Coreia, a República Checa e o Brasil. A perda de liquidez levou a uma maior volatilidade que, por sua vez, redundou em uma pressão mais forte sobre a liquidez. A segunda fase de propagação ocorreu quando os agentes do mercado tentaram imaginar quais instituições financeiras estariam mais expostas ao risco advindo de novas quedas do valor dos papéis. Alguns concluíram que os bancos japoneses seriam os mais expostos e cortaram suas linhas de crédito para o Japão, aumentando ainda mais o ágio japonês.

Este panorama permite concluir que, a exemplo do colapso deflagrado pela crise do petróleo, a crise mundial ocorrida no final da década de 90 é, acima de tudo, um problema de crédito. Os promissores países em desenvolvimento foram agraciados com grandes créditos na década de 70, que quase quebraram os bancos americanos na década de 80. Empresas tradicionais sofreram distúrbios operacionais que em 10 anos liquidaram-nas, com enormes prejuízos para aqueles que lhes concederam crédito.

Tais constatações fazem do crédito o grande problema dos sistemas financeiros em situações de grande volatilidade no mercado. Não é sem razão, portanto, que as operações de crédito são fonte de minuciosas investigações. O risco de crédito já é e será cada vez mais o centro das atenções do mundo financeiro, a ponto de os órgãos reguladores estarem sempre atentos e prontos a tomar medidas sobre esta questão. Alguns fatos que corroboram essa afirmação: a concepção do Plano Brady de renegociação das dívidas contraídas pelos países emergentes e as recentes resoluções sobre crédito aprovadas pelo Banco Central do Brasil.

Entretanto, embora seja inegável que as últimas crises tenham aumentado a preocupação com o desenvolvimento de técnicas de gestão e com a formação de uma cultura expressiva de concessão

de crédito, os estudos iniciais acerca da mensuração do risco de crédito a que estão expostas as instituições ainda não atingiram um grau de consistência satisfatório, razão pela qual novas propostas metodológicas necessitam ser levantadas. Neste sentido consolida-se a presente proposta de trabalho. Esta proposta está baseada no artigo de SECURATO (1998) que propõe modelos para o cálculo das perdas por risco de crédito.

O artigo, na sua primeira parte, discute aspectos ligados à concessão do crédito e ao monitoramento da operação; na segunda parte, sugere duas formas alternativas para o cálculo do valor presente líquido de uma carteira de crédito: inicialmente definindo a probabilidade de recebimento de cada parcela a partir da Distribuição de Bernoulli e da comparação entre as estruturas temporais das taxas praticadas no mercado de crédito e da taxa livre de risco, e, posteriormente, comparando este resultado com o valor presente líquido obtido a partir das probabilidades históricas de recebimento verificadas em instituições que concedem crédito. Na terceira parte apresenta-se a questão das séries de pagamentos. O objetivo final, referenciado durante todo o escopo do texto, é discutir alternativas para o cálculo do valor médio de uma carteira de crédito, na data zero, calculando, conjuntamente, o risco associado (probabilidade de *default*).

2. OS PROBLEMAS DO CRÉDITO

Definindo-se Crédito como a expectativa de recebimento de uma soma em dinheiro por um prazo determinado, Risco de Crédito pode ser então entendido como a possibilidade de que esta expectativa não se concretize (ALTMAN, CAOUILLE e NARAYANAN, 1998). Para minimizar tal risco, um procedimento bastante empregado é o uso da Análise de Crédito, antecedente à concessão.

A Análise de Crédito preocupa-se em examinar as condições do candidato ao crédito e do volume de recursos solicitados. A proposta de WESTON (1975) de examinar os chamados C's do crédito, quais sejam, Caráter, Capacidade, Capital, Condições, Colateral e Conglomerado, é uma das formas utilizadas como base para essa análise. Tal

proposta, somada às suas variações, gerou formas adaptadas de análise do crédito. Como exemplo, cita-se a abordagem do Modelo Matricial de Crédito (SECURATO, 1997), utilizada em alguns bancos brasileiros, que considera o risco da variação de cenários a que a análise de crédito está sujeita. O próprio modelo de *credit scoring*, utilizado para pessoa física, tem como base os C's do crédito (ASSAF e SILVA, 1997). Na linha de análise das demonstrações financeiras, tem-se o Modelo de Análise Discriminante de ALTMAN (1968), que procura estabelecer a possibilidade de uma empresa estar ou não insolvente. SILVA (1996) utilizou as bases metodológicas desse modelo para adaptá-lo ao cenário brasileiro.

De maneira geral, são várias as tentativas de obtenção de novos modelos que “explorem correlações ocultas entre as variáveis preditoras que são então entradas como variáveis explicativas adicionais na função de previsão de falências” (FAMA e BRUNI, 1997: 382-395). Estas abordagens envolvem, em geral, modelos que se utilizam dos conhecimentos baseados em Teoria do Caos, Árvore Genética, Regressão Logística, Redes Neurais, entre tantos outros modelos que fazem uso da denominada “inteligência artificial”.

Tem-se, portanto, vários modelos de análise desenvolvidos para a concessão de crédito, os quais, entretanto, não esgotam o assunto – sistematicamente estudado com o objetivo de se obter melhores informações e abordagens para o estabelecimento do crédito. Segundo ALTMAN, CAOQUETTE e NARAYANAN (1998), a maturidade alcançada pelas instituições de financiamento, principalmente bancos comerciais, no sentido de não serem apenas empresas que concedem empréstimos mas que fazem o acompanhamento das concessões até o vencimento da operação, tem estimulado o desenvolvimento de técnicas sofisticadas de gestão. Tendo em vista a ausência de mercados em que os ativos de crédito possam ser protegidos ou vendidos, as instituições concedentes – pressionadas pelos órgãos reguladores, mercados comerciais dinâmicos e pela exigência dos acionistas de retorno sobre o capital investido – esforçam-se para armazenar informações que alimentem sua base analítica, a fim

de procederem ao segundo momento da concessão: o monitoramento da probabilidade de *default*.

Realizada a operação de crédito, ela passa a fazer parte do que se pode denominar Carteira de Ativos de Crédito. O tratamento a ser dado a este conjunto de ativos de crédito é o da Teoria de Seleção de Carteiras de Markowitz e Sharpe, ou de variações sobre o tema. De acordo com BASTOS (2000), tradicionalmente o risco de crédito é controlado pelo estabelecimento de limites basicamente relacionados a quatro fatores, quais sejam: tamanho da exposição, prazo da exposição, probabilidade de inadimplência e concentração em relação a um dado fator ou segmento (região geográfica, canal de distribuição ou origem, clientes individuais ou grupos econômicos, porte financeiro dos clientes, setor econômico, tipo de instrumento, tipo de garantia, moeda, país, etc.). No entanto, escapam a esses limites os efeitos da diversificação da carteira de crédito, essenciais para que se tenha uma medida quantitativa única de exposição ao risco a ser comparada com as expectativas de lucratividade (SAUNDERS, 1999). Esta visão de carteira de crédito é fundamentada por PERERA (1997: 97-115) ao escrever:

“A importância do *approach* de carteira tem dois aspectos relevantes: o primeiro considera não somente o risco do próprio ativo, mas o relaciona com o risco geral do *portfolio*, considerando-o numa base agregada; segundo, a correlação da qualidade do crédito também é levada em consideração. Conseqüentemente, os benefícios da diversificação e custos da concentração podem ser adequadamente quantificados”.

Dentre as várias formas de aplicar-se a Teoria das Carteiras às carteiras de créditos, uma das propostas mais recentes é o *CreditMetrics*, apresentado em 1997 pelo J.P. Morgan, cujo problema central está na metodologia para determinação das probabilidades condicionais de transformação da qualidade de um crédito dado. A partir destas probabilidades, são estabelecidas as correlações entre os créditos e, em seguida, calcula-se o Valor a Risco (VaR) da carteira de crédito, ou seja, a perda que se pode ter na carteira de crédito causada por variações nas taxas de mercado. Assim, a

Administração de Crédito é dirigida para a composição conveniente dos ativos de créditos, no sentido de minimizar o risco da carteira.

3. OBJETIVOS E METODOLOGIA DO ESTUDO

O principal objetivo deste trabalho é avaliar carteiras de crédito na data zero; ou seja, a partir do fluxo de caixa de créditos a receber, procurou-se desenvolver dois métodos capazes de definir o Valor Presente de uma carteira hipotética. Para tanto, foi seguida uma metodologia dedutiva aliada a elementos experimentais, e sua adequação aos dados disponíveis no mercado brasileiro.

É importante salientar que, a despeito da sofisticação alcançada por alguns dos modelos de análise de crédito, muitos deles esbarram na disponibilidade de informações, sobretudo no mercado brasileiro. Desta forma, este trabalho apresenta, como produto final, dois métodos capazes de fornecer o valor médio de uma carteira, na data zero, e o seu risco, a partir de informações básicas mantidas pelas instituições que fornecem crédito. Entretanto, antes que esses valores sejam calculados e discutidos é importante que se apresentem algumas questões fundamentais, que constituem as premissas dos métodos estudados.

- a) Avaliação de uma operação de crédito comparada a uma operação livre de risco

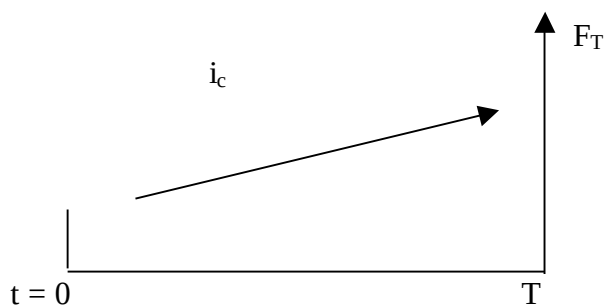
De acordo com DUARTE Jr., BASTOS e PINHEIRO (1999), no caso específico de instituições financeiras, o risco de inadimplência pode ser expresso como a medida numérica da incerteza com relação ao recebimento futuro de um valor contratado a ser pago pelo tomador de um empréstimo, contraparte de um contrato ou emissor de um título carregado pela instituição, descontadas as expectativas de recuperação e realização de garantias.

Em condições de equilíbrio no mercado de crédito, caso a instituição concedente aplicasse em títulos livres de risco, o valor de resgate, livre de risco, na data T, indicado por FF_T , seria:

$$FF_T = VP_0 (1 + i_F)^T$$

Considere, adicionalmente, que o mercado de crédito esteja em equilíbrio perfeito e que as instituições estejam cobrando o preço justo pelo risco de crédito. Nestas condições é razoável a proposição de que o valor esperado a ser resgatado pela carteira de crédito, ajustado ao risco, seja o mesmo que aquele resgatado por aplicações em títulos livres de risco; caso contrário, haveria possibilidade de arbitragem.

Portanto, suponha uma operação realizada na data $t = 0$, com vencimento na data $t = T$ e de valor F_T , no vencimento, transacionada a uma taxa de crédito i_c , que já embute o risco de crédito pertinente à operação. Suponha, adicionalmente, que o empréstimo é um produto regular do banco, que segue taxas de mercado e que a empresa tomadora dos recursos enquadra-se em todas as condições para o crédito. Desta maneira, a instituição pode realizar operações de crédito à taxa i_c ou aplicar em títulos do governo, que estarão sendo considerados livres de risco de crédito, à taxa i_F . Nestas condições, o fluxo de caixa do crédito seria dado por:



onde o valor presente, disponibilizado ao cliente, é dado por:

$$VP_0 = \frac{F_T}{(1 + i_c)^T}$$

- b) Avaliação de uma carteira de crédito: a sugestão da distribuição de Bernoulli

Ao avaliar o valor presente de uma carteira, a dificuldade que surge, na prática, é estabelecer o tipo de distribuição da variável F_T . Considerando-se a possibilidade de inadimplência, o valor F_T a ser pago na data T é uma variável aleatória tal que $E[F_T] = FF_T$, mantida a hipótese de o mercado

encontrar-se em equilíbrio. Em GUPTON e BHATIA (1997), trabalho no qual o assunto é tratado, mostra-se que esta distribuição não é uma normal.

De fato, a distribuição de probabilidades gaussiana não representa adequadamente a chance de recuperação do valor de uma carteira de crédito, e dificilmente será possível encontrar uma distribuição contínua que se adapte ao fato. A proposta deste trabalho é utilizar, inicialmente, conceitos derivados da Distribuição de Bernoulli para determinação de F_T . Tal distribuição, paramétrica por natureza, é utilizada na construção do espaço de probabilidades para um experimento que tenha apenas dois possíveis resultados: sucesso ou fracasso. Estes resultados podem ou não ter igual probabilidade de ocorrência. Formalmente, um dos resultados é codificado como 0 (fracasso), para o qual a probabilidade associada é “ $q = 1 - p$ ”, ou 1 (sucesso), com probabilidade de ocorrência igual a “ p ” (MITTELHAMMER, 1997). Seguindo esta linha de raciocínio e excluindo-se, para efeito de simplificação, a possibilidade de renegociação, pagamentos parcelados e outras alternativas viáveis para recuperação parcial de crédito, cada operação analisada na composição da carteira (experimento) teria apenas dois resultados prováveis na data de vencimento:

Eventos	Valor resgatado	Probabilidade
Sucesso	F_T	p
Fracasso	0	q

onde:

Sucesso = receber o valor F_T

Fracasso = receber o valor zero

$$E[F_T] = p \times F_T$$

Entretanto, pela premissa de equilíbrio de mercado tem-se:

$$E[F_T] = FF_T = VP_0 (1 + i_F)^T$$

Logo:

$$VP_0 (1 + i_F)^T = p \times F_T$$

Como:

$$F_T = VP_0 (1 + i_c)^T$$

Será possível calcular os valores de p e q :

$$p = \left(\frac{1 + i_F}{1 + i_c} \right)^T$$

$$\text{e } q = 1 - p$$

Estes resultados são muito interessantes em termos práticos por permitirem facilmente determinar se uma carteira de crédito está ou não sendo efetivamente remunerada pelo risco de crédito. Como exemplo, considere um conjunto de operações de crédito com vencimento em 182 dias e que foram negociadas à taxa de 5% a.m., mantida no período, sendo a taxa livre de risco de 1,7% a.m. Nestas condições tem-se:

$$p_0 = \left(\frac{1 + 0,017}{1 + 0,05} \right)^{\frac{182}{30}} = 0,8239$$

$$\text{e } q = 1 - p = 0,1761$$

significando que R\$ 82,39 de cada R\$ 100,00 devem ser pagos na data $T = 182$ dias. Caso o valor efetivamente pago seja maior, observa-se uma remuneração que excede o risco de crédito incorrido. Adicionalmente, se a proporção entre valores recebidos e devidos for igual a 0,8239, toda operação terá sido equivalente a aplicar em ativos livres de risco. Neste caso, o valor $q = 17,61\%$ representa o risco da carteira, no sentido de que, considerando-se a taxa de juros cobrada, aceita-se que haja inadimplência de até R\$ 17,61 para cada R\$ 100,00 a receber.

c) O efeito do prazo no risco das operações

Considere, para a operação de crédito analisada, que já tenham decorrido k períodos de tempo. Neste caso, o valor da probabilidade de recebimentos será dado por:

$$p_k = \left(\frac{1 + i_F}{1 + i_c} \right)^{T-k}$$

$$\text{com } 0 < k < T$$

onde $p_0 < p_k$, significando que quanto mais próximo se está do vencimento da operação, menor é o risco de inadimplência. Com efeito, se forem considerados 5 dias decorridos no exemplo inicialmente considerado, ter-se-á:

$$p_5 = \left(\frac{1 + 0,017}{1 + 0,05} \right)^{\frac{182-5}{30}} = 0,8283$$

que é maior que o valor $p_0 = 0,8239$.

Como se observa, o método de determinação de probabilidade leva em conta o efeito sobre o risco de crédito do prazo da operação.

- d) Os efeitos das variações na taxa livre de risco e nas taxas das operações de crédito

Considere, novamente, a operação de crédito com vencimento na data $t = T$ e o valor de resgate igual a F_T . Mas agora, além de terem decorrido k períodos, as taxas das operações de crédito, equivalentes à da operação ora analisada, e também a taxa livre de risco são variantes. Neste caso, a probabilidade de sucesso da operação será dada por:

$$p_k = \left(\frac{1 + i_{Fk}}{1 + i_{ck}} \right)^{T-k}$$

que é a forma geral da probabilidade de sucesso. Considere que, no exemplo, a taxa livre de risco se altere para 3,5% a.m. e que $k = 5$ dias. Então ter-se-á:

$$p_5 = \left(\frac{1 + 0,035}{1 + 0,05} \right)^{\frac{182-5}{30}} = 0,9186$$

Neste caso, a probabilidade de pagamento é de 91,86%, bastante superior aos 82,83% apurados quando a taxa livre de risco era de 1,7% a.m. Este resultado é bastante lógico, pois se o *spread* entre a taxa livre de risco e a taxa cobrada na operação de crédito diminui é porque o nível de risco da operação de crédito é menor. Assim, de forma geral, pode-se estabelecer que:

$$P_k = (1 + s_k)^{T-k}$$

$$1 + s_k = \frac{1 + i_{Fk}}{1 + i_{ck}}$$

sendo s_k a taxa de *spread* das operações de crédito que vencem em $(T - k)$ dias. Na prática, entretanto, caso a taxa livre de risco tenha uma variação positiva, como no exemplo acima, haverá também um aumento nas taxas de crédito, de forma que $\Delta i_c \geq \Delta i_F$, a despeito do oposto nem sempre ser verdadeiro. Se for considerado $\Delta i_c = 0,019$, contra variação inicial $\Delta i_F = 0,0177$, então:

$$p_5 = \left(\frac{1 + 0,035}{1 + 0,07} \right)^{\frac{182-5}{30}} = 0,8218$$

A partir deste resultado, pode-se concluir que o aumento do risco é diretamente proporcional ao aumento das taxas cobradas em operações de crédito.

I. Procedimento para avaliação de uma carteira de crédito utilizando as taxas de crédito praticadas pelo mercado (Valor Presente Líquido a Mercado – VPM₀)

Com base nas relações anteriormente mencionadas, pode-se, então, chegar ao valor presente de uma carteira de crédito por meio da relação entre as taxas praticadas pelo mercado e a taxa livre de risco, utilizando-se implicitamente conceitos derivados da Distribuição de Bernoulli. Esse valor, denominado Valor Presente Líquido a Mercado (VPM₀), é dado pela seguinte expressão:

$$VPM_0 = \frac{F_T \times p}{(1 + i_F)^T}$$

onde:

$$p = \left(\frac{1 + i_F}{1 + i_c} \right)^T$$

$$e q = 1 - p$$

Tem-se, desta forma, o valor médio da carteira na data zero (representado pelo VPM₀) e o risco de inadimplência associado (representado pela

probabilidade de inadimplência “q” multiplicada pelo valor da carteira).

II. Procedimento para avaliação de uma carteira de crédito usando as probabilidades de sucesso disponíveis no mercado (Valor Presente Líquido Histórico – VPH₀)

Considere que se está na data zero e que seja necessário avaliar o valor presente de um crédito cujo valor no vencimento, em $t = T$, seja F_T . Então, se créditos equivalentes estão sendo negociados, hoje, à taxa de crédito i_c , poder-se-ia considerar a venda deste crédito com esta mesma taxa:

$$VPM_0 = \frac{F_T}{(1+i_c)^T}$$

Por outro lado, o comprador deste título teria como alternativa aplicar em títulos livres de risco, de forma que $E[F_T] = FF_T$, onde FF_T é o valor de resgate do título livre de risco, como já explicitado. Considerando que F_T tenha uma distribuição de probabilidade de Bernoulli, ter-se-ia:

$$VPM_0 = \frac{E[F_T]}{(1+i_F)^T}$$

Como $E[F_T] = F_T \times p$, então:

$$VPM_0 = \frac{F_T \times p}{(1+i_F)^T}$$

E, já que

$$p = \left(\frac{1+i_F}{1+i_c} \right)^T$$

Então

$$VPM_0 = \frac{F_T \left(\frac{1+i_F}{1+i_c} \right)^T}{(1+i_F)^T} = \frac{F_T}{(1+i_c)^T}$$

Demonstrada a equivalência das duas abordagens e caso a condição de equilíbrio do mercado de

crédito não seja infringida, é possível, então, considerar que, dada uma carteira de créditos, pode-se obter seu valor presente apenas em função da estrutura temporal das taxas de crédito praticadas. Esse valor será dado por:

$$VPM_0 = \sum_{j=1}^n \frac{F_j}{(1+i_{cj})^T}$$

onde F_j = valor do crédito a receber na data j e

i_{cj} = taxa de crédito praticada no período j .

De forma equivalente, pode-se ainda considerar os dados históricos de uma empresa de crédito hipotética e calcular a frequência relativa dos recebimentos, nos mesmos períodos, ou seja:

$$p_j = \frac{\text{Valor Recebido no período } j}{\text{Valor a Receber no período } j}$$

Para a previsão da probabilidade de inadimplência ‘n’ períodos à frente, algumas possibilidades apresentam-se. A primeira delas é utilizar os denominados métodos *naive*. Esses métodos, extremamente simples, consistem em considerar o último dado disponível como a melhor previsão *um passo à frente*. Ainda, caso o pesquisador queira considerar possíveis efeitos sazonais, pode-se utilizar como melhor previsão a observação do mesmo período do ano anterior.

Mais sofisticados que os métodos *naive* são os métodos de previsão a partir de médias móveis e os métodos de decaimento exponencial. No primeiro caso, a previsão é dada por uma média móvel das observações nos ‘n’ períodos anteriores, considerando-se que todas as ‘n’ observações passadas têm peso idêntico na determinação da observação ‘n+1’. Ao contrário, os métodos de decaimento exponencial atribuem pesos diferenciados a cada observação, proporcionais à sua relevância na determinação da previsão.

Por último, os modelos ARMA (Autoregressive Moving Average) e suas variações (ARIMA, SARIMA, ARFIMA), mais sofisticados que os propostos inicialmente, podem ser úteis na determinação das probabilidades de inadimplência, satisfeita a premissa de estacionariedade da série

das taxas de inadimplência exigida para a implementação desses modelos.

É importante salientar que, inicialmente, nenhum método de previsão é mais eficiente que os demais. A escolha do melhor método é condicionada ao comportamento passado das taxas de inadimplência em estudo, não devendo ser expandida para todas as séries de inadimplência indiscriminadamente, sem a devida consideração do comportamento de cada uma delas.

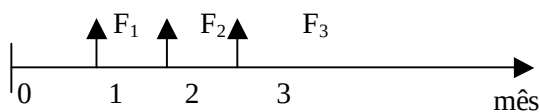
Assumindo-se que a taxa de inadimplência histórica da empresa será mantida constante, ou utilizando-se qualquer outro método de previsão de inadimplência *um passo à frente*, ter-se-á o valor

$$S^2(VPM) = S^2\left(\sum_{j=1}^n VP_{0j} + VP_{0j} \times i_{cj}\right) = \sum_{j=1}^n VP_{0j}^2 S^2(i_{cj}) + 2 \sum_{j=1; j>k}^n VP_{0j} \times VP_{0k} \text{cov}(i_{cj}, i_{ck})$$

Se for considerado que as taxas de crédito para os vários períodos são independentes, tem-se $\text{cov}(i_{cj}, i_{ck}) = 0$ para $j \neq K$. Caso estas taxas sejam consideradas totalmente correlacionadas, pode-se considerar $\text{cov}(i_{cj}, i_{ck}) = 1$ para $j \neq K$. Em SECURATO e FERREIRA (1996) pode-se ver a demonstração detalhada desta equação e de sua forma matricial.

III. Comparação entre os dois procedimentos

Considere que, na data zero, seja necessário avaliar uma carteira de crédito cujos vencimentos sejam mensais, conforme o fluxo abaixo:



Admite-se, neste contexto, que os vencimentos são de créditos independentes e de um mesmo produto de crédito. Com base na data zero, examina-se a estrutura temporal, mensal, da taxa livre de risco com base em títulos públicos, e a estrutura temporal, mensal, da taxa de crédito para a operação em estudo. Obtém-se, então, de acordo

presente da carteira, na data zero, apurado com base nos dados históricos da empresa concedente, denominado Valor Presente Líquido Histórico (VPH₀):

$$VPH_0 = \frac{F_T \times p'}{(1 + i_F)^T}$$

Com relação ao risco advindo de variação nas taxas de crédito praticadas pelo mercado, que altera o valor presente da carteira, a cada dia pode-se calculá-lo em termos do desvio-padrão do fluxo de recebimento, considerando as taxas i_{cj} como variáveis aleatórias. Desta forma, o risco seria dado por:

como o primeiro procedimento apresentado, as probabilidades de recebimento destes créditos por meio da relação entre as taxas de operações de crédito praticadas pelo mercado e a taxa livre de risco. As probabilidades para cada vencimento, com base na data zero, serão dadas por:

$$p_j = \left(\frac{1 + i_{Fj}}{1 + i_{cj}} \right)^j$$

onde, $j = 1, 2, \dots, n$: meses

i_{Fj} = taxa livre de risco referente a operações de j meses

i_{cj} = taxa cobrada em operações de crédito para j meses

Com o segundo procedimento, considerando os dados históricos de uma empresa de crédito, pode-se calcular a probabilidade de recebimento pela frequência relativa dos recebimentos passados, nos mesmos períodos apenas para efeito de simplificação, ou seja:

$$p'_j = \frac{\text{Valor Recebido no período } j}{\text{Valor a Receber no período } j}$$

A comparação entre p_j e p'_j dará uma indicação de como a instituição está em relação a seus créditos, conforme as condições de mercado.

IV. Um exemplo

A idéia, neste tópico, é comparar os elementos de risco, reconhecidos pelo mercado por meio das taxas de crédito praticadas, dado pelo VPM_0 , com a administração de crédito praticada pelas instituições financeiras, que se espera captar pelo valor VPH_0 . Assim, considerando-se:

$$\Delta VP_{MH} = VPH_0 - VPM_0$$

será constatada a habilidade do gestor de crédito se $\Delta VP_{MH} > 0$ ou a perda sofrida pela instituição frente ao mercado e sua incapacidade de administrar créditos se $\Delta VP_{MH} < 0$.

Os dados abaixo pertencem a uma empresa hipotética. A tabela a seguir ilustra um relatório típico de informações importantes para o gestor de crédito, apesar de sua simplicidade.

Contas a receber				
Demonstrativo por período - em R\$ mil				
Período (Dias)	Dezembro 97	Janeiro 98	Fevereiro 98	Março 98
61 a 90	525	471	441	-
31 a 60	646	589	710	-
1 a 30	1744	1870	1945	-
Subtotal Vencido	2915	2930	3096	0
1 a 30	6300	5030	3550	3750
31 a 60	4965	3456	1781	1830
61 a 90	3057	1473	1140	1100
Subtotal a Vencer	14322	9959	6471	6680

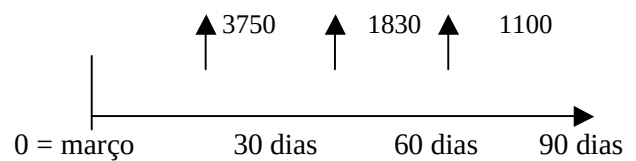
Antes de prosseguir, algumas condições simplificadores precisam ser estabelecidas:

- serão considerados os valores com vencimento no final do mês e taxas de crédito mensais. Em condições reais, tem-se acesso às datas de vencimento de cada título e pode-se tratá-los de forma diária;
- Os fluxos de caixa são independentes, ou seja, são referentes a créditos distintos. Em realidade, é provável que existam créditos referentes a uma mesma operação com vencimentos sucessivos. Nestas condições, é preciso trabalhar com probabilidades

condicionais do tipo: probabilidade de o devedor quitar o título no vencimento, dado que a parcela anterior foi quitada. Este assunto será tratado adiante;

- será considerado como data zero o início de março/98 e supõe-se o conhecimento da estrutura temporal de taxas para o produto de crédito em questão, o que é uma hipótese razoável para os participantes deste tipo de mercado.

Desta forma, pode ser considerado o seguinte fluxo de caixa:



Considere que a estrutura das taxas de juros, a mercado, é dada por:

Mês	1	2	3
i_c	6% a.m.	6% a.m.	6,5% a.m.
i_F	1,6% a.m.	1,5% a.m.	1,3% a.m.

A partir destes dados, podem ser calculados o VPM_0 e o VPH_0 , como segue:

- cálculo do Valor Presente Líquido a Mercado (VPM_0):

$$VPM_0 = \sum_{j=1}^n \frac{F_j}{(1+i_{c_j})^T}$$

$$VPM_0 = \frac{3750}{(1+0,06)^1} + \frac{1830}{(1+0,06)^2} + \frac{1100}{(1+0,065)^3} = 6077,06$$

- cálculo do Valor Presente Líquido Histórico (VPH_0):

$$VPH_0 = \frac{F_T \times p'}{(1+i_F)^T}$$

Para o cálculo dos valores p'_j será utilizada a tabela de contas a receber, sem prejuízo das formas

alternativas de previsão de inadimplência um passo à frente. A partir dessa tabela tem-se:

$$q_1' = \frac{1945}{6300} = 0,3087;$$

$$q_2' = \frac{710}{4965} = 0,1430;$$

$$q_3' = \frac{441}{3050} = 0,1446$$

que correspondem à frequência relativa de não recebimento para os empréstimos vencidos há 30, 60 e 90 dias. Então, a frequência relativa de recebimentos dos créditos será dada por $p = 1 - q$, para cada caso, de onde deriva-se:

$$p_1' = 69,13\%;$$

$$p_2' = 85,70\%;$$

$$p_3' = 85,54\%$$

A partir destes valores, o VPH_0 , pode ser calculado tomando-se como premissa que o nível de recebimento na liquidação dos créditos será mantido:

$$VPH_0 = \frac{3750 \times 0,6913}{(1 + 0,016)^1} + \frac{1830 \times 0,8570}{(1 + 0,015)^2} + \frac{1100 \times 0,8554}{(1 + 0,013)^3} = 4979,03$$

c) cálculo do ganho ou perda do gestor em relação ao mercado:

$$\Delta VP_{MH} = VPH_0 - VPM_0 = -1098,03$$

Este valor evidencia ou que as taxas de juros praticadas no mercado de crédito do produto não estão adequadas ou que a empresa não promove uma boa administração de seus créditos. Uma pergunta que pode ser feita nesta situação é qual taxa de crédito anularia tal diferença. A solução será fazer com que ΔVP_{MH} seja igual a zero, supondo que as taxas são iguais para todos os períodos:

$$4979,03 = \frac{3750}{(1 + i_c)} + \frac{1830}{(1 + i_c)} + \frac{1100}{(1 + i_c)}$$

Neste caso, $i_c = 20,85\%$ a.m. A diferença de taxas, de 6% a.m. para o mercado e de 20,85% a.m. para a empresa de crédito, é bastante acentuada, evidenciando falhas gerenciais na concessão do crédito.

4. A CONSIDERAÇÃO DE SÉRIES DE PAGAMENTOS

Neste caso é como se existisse, a cada data zero, uma série de carteiras de crédito a vencer. Credita-se com uma parcela, com duas, e assim sucessivamente. Para calcular o valor presente da carteira, por qualquer dos dois métodos, bastaria somar os valores presentes obtidos para cada uma das carteiras com o mesmo número de parcelas.

Para tratar da questão de séries de pagamentos, considere um conjunto de operações de crédito para clientes distintos que têm em comum o número de parcelas do crédito a pagar, sendo tais parcelas não necessariamente iguais. Na data 2 tem-se o vencimento da parcela F_2 , que só poderá ser paga caso ocorra o pagamento de F_1 . Neste caso, como em vendas parceladas não é possível pagar a parcela F_j sem que haja o pagamento da parcela anterior F_{j-1} , pode-se considerar $q_2' + q_3' = q_2$ e descrever, na forma de uma Distribuição de Bernoulli, a probabilidade de inadimplência:

Eventos	Valor resgatado na data 2	Probabilidade
Sucesso	F_2	$p_1 \times p_2$
Fracasso	0	q_2

Onde:

$$P(F_2) = P(F_1) \times P(F_2 / F_1) = p_1 \times p_2$$

Sendo

p_1 : probabilidade de pagamento da primeira parcela e

p_2 : probabilidade de pagamento da segunda parcela, dado que a anterior já foi paga.

Genericamente, para cada data j , tem-se que estabelecer a probabilidade p_j dada por:

p_j : probabilidade de pagamento da parcela F_j , dado que $F_1, F_2, \dots, F_{j-1}$ foram pagas e

$$E[F_j] = F_j \times p_1 \times p_2 \times \dots \times p_{j-1} \times p_j.$$

Nestas condições, podem ser efetuados os mesmos cálculos anteriores estabelecidos para o Valor Presente Líquido da Carteira de Crédito de

'n' parcelas a Mercado e para o Valor Presente Líquido da Carteira de Crédito de 'n' parcelas

Histórico. Para o cálculo do VPH_0 , substitui-se as probabilidades p_j pelas frequências relativas p'_j :

$$p'_j = \frac{\text{valor recebido da } j - \text{ésima parcela dentre os créditos já recebidos até a } (j - 1)\text{ésima parcela}}{\text{valor a receber da } j - \text{ésima parcela dentre os créditos já recebidos até a } j - \text{ésima parcela}}$$

$$e E[F_j] = F_j \times p'_1 \times p'_2 \times \dots \times p'_{j-1} \times p'_j.$$

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

De acordo com BASTOS (2000), houve uma época em que os mercados permitiam a cobrança de altos *spreads* – diferença entre a remuneração do empréstimo e o custo do recurso para a instituição concedente. Nessa época, qualquer ineficiência na análise das oportunidades de negócios e do risco de crédito a elas associadas poderia ser considerada irrelevante frente à alta rentabilidade das operações. Essa época passou.

Atualmente, a crescente competitividade entre as instituições financeiras tem forçado a queda dos *spreads* e exigido um esforço cada vez maior de análise da qualidade das operações. Em resposta às novas exigências do mercado, surgem modelos de tomada de decisão e de estabelecimento de preços dos ativos nos quais o risco assumido desempenha papel preponderante, ajustando a expectativa de retorno.

Nessa linha, o trabalho desenvolvido é uma forma de se tentar estabelecer métodos para avaliação de carteiras de crédito. Foi estabelecido, com base nas taxas de concessão de crédito praticadas pelo mercado e na taxa de inadimplência histórica da empresa, uma espécie de VaR do mercado de crédito que, em sua determinação, fornece dois importantes resultados: o valor da carteira na data zero e a perda esperada, representada pela variação do valor da carteira para um período de tempo, com base na unidade da taxa com que se está trabalhando.

Adicionalmente, foi ainda apresentada uma questão bastante relevante. Foram admitidas probabilidades advindas da Distribuição de Bernoulli para representar o que pode ocorrer no vencimento do crédito. Entretanto, o texto não

afirma que os resgates do crédito seguem efetivamente uma Distribuição de Bernoulli; assim, este estudo pode ser completado, considerando outras diferentes distribuições de probabilidades. Como exemplo, pode-se calcular a distribuição dos eventos de inadimplência. Para uma carteira grande e diversificada, e assumindo-se que tais eventos sejam independentes e sua probabilidade de ocorrência seja bastante pequena, pode ser também utilizada a Distribuição de Poisson.

6. BIBLIOGRAFIA

- ALTMAN, E. Financial Ratios, Discriminant Analysis and Prediction of Corporate Bankruptcy. *Journal of Finance*, Chicago, Set. 1968. p. 589-609.
- ALTMAN, E., CAOQUETTE, B. e NARAYANAN, P. *Managing Credit Risk: The Next Great Financial Challenge*. New York: John Wiley & Sons Inc., 1998.
- ASSAF NETO, A. e SILVA, T. *Administração do capital de Giro*. São Paulo: Atlas, 1997.
- BARRET, W. Os Desafios do Risco de Crédito nos Próximos 18 Meses. *Tecnologia de Crédito*, Mar. 2000. p. 29-37.
- BASTOS, N. Rentabilidade Ajustada ao Risco das Operações Bancárias de Crédito. *Tecnologia de Crédito*, Jan. 2000. p. 7-20.
- DUARTE Jr., A., BASTOS, N., PINHEIRO, F. e JORDÃO, M. Gerenciamento de Riscos Corporativos: Classificação, Definições e Exemplos. *Resenha BM&F*, São Paulo: Bolsa de Mercadorias & Futuro, n. 34, Set. 1999.

- FAMA, R., FUENTES, J. e BRUNI, L. Risco de Crédito: Evolução Teórica e Mecanismos de Proteção Desenvolvidos nos Últimos Vinte Anos. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO, 2º, 1997, *Anais*. São Paulo: Departamento de Administração da FEA/USP, 1997.
- GUPTON, M., FINGER, C. e BHATIA, M. *CreditMetrics*. New York: J.P. Morgan, 1997.
- MITTELHAMMER, R.C. *Mathematical Statistics for Economics and Business*. New York: Springer-Verlag, 1996.
- PERERA, L.C.J. Administrando o risco de crédito com o CreditMetrics. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO, 2º, 1997, *Anais...* São Paulo: Departamento de Administração da FEA/USP, 1997.
- SANTOS, S. *Um Modelo de Análise Discriminante Múltipla para Previsão de Inadimplência em Empresas*. Dissertação (Mestrado em Administração) — Departamento de Administração da Pontifícia Universidade Católica. Rio de Janeiro: Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, 1996.
- SAUNDERS, A. *Credit Risk Measurement: Value-at-Risk and Other New Paradigms*. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1999.
- SECURATO, J. R. FERREIRA, A. Aplicação do Modelo de Markowitz na Administração Estratégica de Unidades de Negócio – Um Estudo de Caso. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO, 1º, 1996, *Anais*. São Paulo: Departamento de Administração da FEA/USP, 1996.
- SECURATO, J. R. Modelo Matricial de Crédito. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO, 2º, 1997, *Anais*. São Paulo: Departamento de Administração da FEA/USP, 1997.
- SECURATO, J. R. Um modelo para determinação do valor presente de uma carteira de crédito e de seu risco. In: SEMINÁRIOS EM ADMINISTRAÇÃO, 3º, 1998, *Anais*. São Paulo: Departamento de Administração da FEA/USP (CD-Room), 1998.
- TRIPRI, R. LEE, K. *Artificial Intelligence in Finance and Investing*. 2. ed. Chicago: Irwin, 1996.
- WESTON, F. e BRIGAHAM, F. *Management Finance*. New York: Rinhart and Winston, 1975.